

## Rilievo con aste a doppio prisma

Max Goso  
Studio Tecnico Goso  
max@studiogoso.it

revisione del 4 maggio 2022

Copyright ©2021 - Massimiliano Goso

Studio Tecnico Goso  
via Fiume 2A int.  
1700 Savona

**Riproduzione vietata**

Tutti i diritti sono riservati. Nessuna parte di questo articolo può essere riprodotta in qualsiasi modo o forma senza il consenso scritto dell'autore.

**Marchi registrati**

Tutti i marchi ed i nomi riportati appartengono ai loro proprietari e sono stati inseriti solo a titolo esplicativo.

---

## Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Applicazioni</b>	<b>7</b>
<b>3</b>	<b>Caratteristiche generali</b>	<b>11</b>
<b>4</b>	<b>Aste a prismi scorrevoli</b>	<b>13</b>
<b>5</b>	<b>Aste a prismi fissi</b>	<b>15</b>
5.1	Configurazione asta a due prismi . . . . .	16
5.2	Configurazione asta a tre prismi . . . . .	16
<b>6</b>	<b>Utilizzo</b>	<b>19</b>
<b>7</b>	<b>Elaborazione misure</b>	<b>21</b>
<b>8</b>	<b>Uso nel rilievo di precisione</b>	<b>23</b>
<b>9</b>	<b>Utilizzo in XPAD</b>	<b>27</b>



# 1 Introduzione

[1] Ho scoperto le aste a doppio prisma parecchi anni fa, mentre sfogliavo il manuale di una stazione totale.

Per quello strumento era disponibile un'applicativo che permetteva di rilevare i punti nascosti montando su di un'asta due prismi scorrevoli. Dopo qualche anno ho visto su di un catalogo di accessori per topografia le ho ritrovate. Mi ricordo che qui venivano indicate per il rilievo delle tubature all'interno di un pozzetto.

[2] Il principio su cui si basano è abbastanza semplice. Su di un'asta portaprisma si montano due prismi, di solito uguali, e si posiziona il puntale sul punto da rilevare. L'asta non deve essere verticale ma può essere inclinata in qualsiasi posizione per rendere visibili i due prismi dal strumento.

Una volta determinata la loro posizione e dopo aver misurato le loro altezze rispetto all'asta si può determinare la posizione del punto.

Infatti i due prismi ed il puntale definiscono di fatto un unico allineamento che può essere risolto con semplici calcoli.

[3] L'uso delle aste doppio prisma richiede il doppio delle misure rispetto alle aste tradizionali ma permette di definire punti altrimenti non rilevabili.

[4] Le ho utilizzate per la prima volta nel rilievo degli impianti all'interno di uno dei canali di ventilazione del Traforo del Monte Bianco.

In quel caso avevamo degli spazi molto ristretti, la sezione minima era di circa 1.60 di altezza per 1.50 di larghezza, che non consentivano l'uso delle aste tradizionali.

Inoltre la configurazione delle tubature e dei cavidotti non consentiva di utilizzare il prisma senza asta, in quanto c'erano sempre troppi ostacoli che ne impedivano la visibilità.

Si sarebbero potuti battere i punti in modalità senza prisma ma l'angolo di incidenza sarebbe stato troppo elevato già a pochi metri dalla stazione, con un rilevante degrado della precisione.

Utilizzando le aste a doppio prisma, posizionate in modo tale da poter effettuare la misura nella parte centrale del canale priva di ostacoli, siamo riusciti a rilevare tutti i punti necessari.

[5] Un altro lavoro in cui il loro uso si è rivelato fondamentale è il rilievo della poligonale nel Traforo del Monte Bianco, nel 2016.

Al suo interno erano stati installati in precedenza dei punti di riferimento di cui non erano mai state determinate le coordinate.

I punti sono stati materializzati con pioli portaprisma; purtroppo in fase di installazione non sono stati posizionati esattamente in verticale e rilevarli con un prisma standard avrebbe introdotto degli errori non trascurabili. Anche in questo caso con le aste a doppio prisma ho risolto il problema,

Per ottenere una buona precisione tutti i punti sono stati rilevati da ogni stazione due volte con letture coniugate e sono stati rilevati da tre stazioni consecutive

della poligonale.

Sui punti a terra posizionati nei piazzali all'esterno del traforo per aumentare ulteriormente la precisione abbiamo effettuato letture a strati sui prismi.

## 2 Applicazioni

[1] Le aste a doppio prisma possono essere utilizzate inclinate e permettono di raggiungere punti non visibili dallo strumento o non occupabili con un'asta tradizionale.

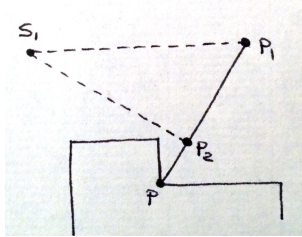


Figura 1: Esempio 2 - vista in pianta

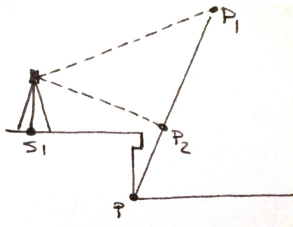


Figura 2: Esempio 3 - vista in sezione

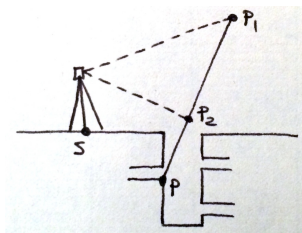


Figura 3: Esempio 4 - vista in sezione

[2] Quando un punto è dietro un ostacolo, ad esempio lo spigolo di un fabbricato dietro una canna fumaria, o posizionato in modo tale da non essere visibile dalla stazione, ad esempio dentro un tombino, usando un'asta doppio prisma inclinata spesso si trova una posizione in cui i due prismi sono visibili. In questo

modo il punto può essere rilevato senza perdite di precisione.

[3] La prima volta in assoluto che ho usato un'asta a doppio prisma mi è servita per determinare l'inclinazione di una serie di micropali realizzati sui piedritti di una galleria.

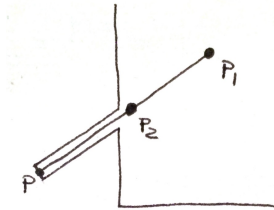


Figura 4: Esempio 1 - vista in sezione

[4] In altri casi non c'è spazio per mettere l'asta verticale e la misura senza prisma potrebbe non essere precisa. Ad esempio il piede di un muro in cui sono montate mensole o simili.

Anche in questo caso lavorando con l'asta inclinata si possono effettuare le misure che servono a determinare i punti che definiscono l'oggetto del rilievo.



Figura 5: Rilievo impianti

[5] A volte poi è necessario rilevare punti non a terra ma posizionati sulle pareti, sul soffitto o in qualsiasi altre posizione. Anche in questo caso lavorando con l'asta doppio prisma inclinata e posizionando il puntale sul punto da rilevare si possono effettuare le misure necessarie.



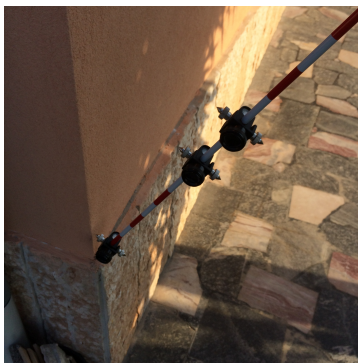


Figura 6:



Figura 7: Rilivo punti in parete

.

### 3 Caratteristiche generali

[1] In commercio si trovano diversi tipi di aste con doppio prisma. In linea di massima possono essere divise in due categorie principali: quelle a prisma scorrevole e quelle a prisma fisso.

[2] Nelle prime i prismi possono scorrere per tutta la lunghezza dell'asta e regolati a varie altezze a seconda delle esigenze.



Figura 8: Prisma scorrevole

[3] Nelle seconde i prismi sono montati su di una mira con doppia filettatura per l'asta, inferiore e superiore.



Figura 9: Prisma fisso

[4] Per aumentare la precisione dei punti battuti è possibile utilizzare un numero maggiore di prismi, da tre a cinque, montati sulla stessa asta. Il principio di funzionamento è sempre lo stesso: determinare la posizione di un certo numero di punti che definiscono in allineamento sul quale si trova il punto da rilevare.

[5] Solitamente in queste aste vengono utilizzati dei prismi con diametro da 25 mm.

Per esigenze particolari, ad esempio per aumentare la distanza operativa o per migliorare la collimazione automatica, si possono utilizzare prismi più grandi, da 62 mm.



Figura 10: Prisma scorrevole e asta doppio prisma da 62 mm



Figura 11: Asta doppio prisma da 62 mm

[6] Per indicare le varie configurazioni possibili delle aste si utilizza la dicitura "asta H1/H2" dove H1 e H2 sono rispettivamente le altezze del prisma inferiore (P1) e del prisma superiore (P2).

## 4 Aste a prismi scorrevoli

[7] Le aste a prismi scorrevoli sono più comode da utilizzare in quanto permettono di regolarne l'altezza a seconda delle esigenze in modo semplice e veloce.



Figura 12:

[8] Il diametro delle aste di solito va da 9 a 12 mm e sono fornite in pezzi con lunghezza di 60 cm.

[9] Il passo della filettature di solito è un M6.

[10] Il vantaggio delle aste a prisma scorrevole rispetto a quelle a prisma fisso sta nella maggiore flessibilità sulla disposizione dei prismi, che possono essere regolati per adattarsi alle varie situazioni.

E' possibile realizzare ad esempio delle aste molto corte per lavorare in spazi ristretti o con molti ostacoli.

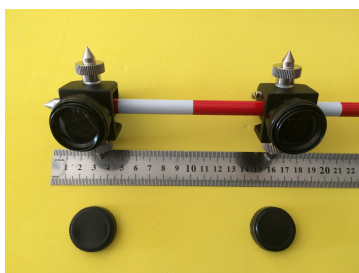


Figura 13: Configurazione 35/160

[11] Si possono realizzare utilizzando insieme due aste a prisma scorrevole singolo che si trovano comunemente in commercio.



Figura 14: Asta mini prisma

## 5 Aste a prismi fissi

[12] Queste aste utilizzano prismi montati su mire munite di una doppia filettatura, inferiore e superiore.

Per regolarne l'altezza occorre smontare i vari segmenti di asta e ricomporli nel modo corretto.

[13] Con queste aste però è più semplice gestire la misura delle altezze prima in quanto possono assumere solo alcuni valori, determinati dal numero di segmenti di asta utilizzati.

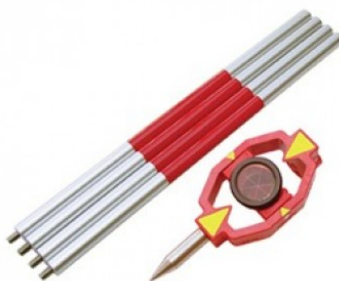


Figura 15: Asta con prisma non scorrevole

[14] Il diametro delle aste di solito va da 9 a 12 mm e sono fornite in pezzi con lunghezza di 30 cm.

[15] Il passo della filettature di solito è da 1/4 di pollice (passo per macchina fotografica).

[16] Per queste aste solitamente la costante prisma è  $-30/0$  oppure 17.5.

[17] Di solito le aste a prismi fissi sono costituite da:

- un puntale da 5 cm
- una coppia di prismi con montatura passante da 10 cm
- quattro aste da 30 cm con filettatura agli estremi maschio - femmina da 1/4 di pollice
- un'asta da 30 cm con filettatura agli estremi maschio - maschio da 1/4 di pollice

[18] Spesso si trovano in commercio in parti separate: un'asta a prisma singolo e un kit, composto da un'astina a doppio maschio ed un prisma, per trasformarla in asta a doppio prisma. Aggiungendo un secondo kit si ottiene un'asta a tre

prismi.

[19] Combinando insieme i vari elementi si possono comporre molteplici configurazioni dell'asta. Nella tabella seguente ne sono riportate alcune con le relative altezze prisma.

## 5.1 Configurazione asta a due prismi

Configurazione	H2	H1	L12	Configurazione	H2	H1	L12
< O - O	50	10	40	< - O - O	80	40	40
< O - - O	80	10	70	< - O - - O	110	40	70
< O - - - O	110	10	100	< - O - - - O	140	40	100
< O - - - - O	140	10	130	< - O - - - - O	170	40	130
< O - - - - - O	170	10	160	< - O - - - - - O	200	40	160

Simboli:

- < puntale
- asta da 30 cm
- O prisma

Nelle colonne sono riportati:

- H2: Altezza da terra del prisma superiore
- H1: Altezza da terra del prisma inferiore
- L12: Distanza tra i prismi

## 5.2 Configurazione asta a tre prismi

Configurazione	H1	H2	H3	L12	L13	L23
< O - O	50	10	-	40	-	-
< O - - O	80	10	-	70	-	-
< O - - - O	110	10	-	100	-	-
< O - - - - O	140	10	-	130	-	-
< O - - - - - O	170	10	-	160	-	-

Configurazione	H1	H2	H3	L12	L13	L23
< - O - O	80	40	-	40	-	-
< - O - - O	110	40	-	70	-	-
< - O - - - O	140	40	-	100	-	-
< - O - - - - O	170	40	-	130	-	-
< - O - - - - - O	200	40	-	160	-	-

Simboli:



- < puntale
- asta da 30 cm
- O prisma

Nelle colonne sono riportati:

- H1: Altezza da terra del prisma superiore
- H2: Altezza da terra del prisma inferiore nella configurazione a due prismi oppure altezza da terra del prisma centrale nella configurazione a tre prismi
- H3: Altezza da terra del prisma inferiore nella configurazione a tre prismi



## 6 Utilizzo

[1] Nell'utilizzo delle aste multi prisma occorre seguire alcune semplici regole per ottenere risultati precisi.

[2] Per prima cosa è fondamentale che l'asta resti perfettamente immobile durante la misura.

Infatti il calcolo si basa sulla definizione dell'allineamento passante per i due prismi e se durante la misura si spostano la precisione del calcolo ne risente in modo sensibile.

Bisogna sempre tenere a mente che i tempi di misura sono più lunghi rispetto a quando si utilizza un'asta tradizionale in quanto sono necessarie due o più collimazioni e due o più battute a seconda di quanti prismi sono montati.

Per mantenere l'asta in posizione si può utilizzare un trepiede a pinza, che ha dimensioni piuttosto contenute e può essere usato con aste di diverso diametro.



Figura 16:

[3] Per ridurre al minimo la propagazione degli errori è necessario che la distanza tra i 2 prismi sia superiore alla distanza tra il prisma inferiore ed il puntale dell'asta.

In effetti il prisma inferiore dovrebbe sempre essere montato il più basso possibile.

[4] Nelle aste multi prisma è molto importante la misura delle altezze prisma. Nelle aste a prisma fisso è relativamente semplice in quanto basta contare quanti pezzi di asta sono montati ed aggiungervi la misura del puntale e della mira. Nelle aste a prisma scorrevole invece non ci sono altezze predefinite e la misura

deve essere effettuata con la massima cura.

## 7 Elaborazione misure

[1] In campagna vanno misurati:

sul prisma superiore:

- l'angolo orizzontale (HA1)
- l'angolo verticale (VA1)
- la distanza inclinata (DI1)
- l'altezza prisma (HP1)

sul prisma inferiore:

- l'angolo orizzontale (HA2)
- l'angolo verticale (VA2)
- la distanza inclinata (DI2)
- l'altezza prisma (HP2)

[2] Durante l'elaborazione si pongono le coordinate di stazione (XS, YS e ZS) pari a zero.

[3] Si calcolano le coordinate di P1 e P2 con:

$$(X_1, Y_1, Z_1) = PRT(XS, YS, ZS, HA1, VA1, DI1) \quad (1)$$

$$(X_2, Y_2, Z_2) = PRT(XS, YS, ZS, HA2, VA2, DI2) \quad (2)$$

[4] Di seguito si calcolano le coordinate polari di P2 rispetto a P1 con:

$$(HA12, VA12, DI12) = AZD3D(X_1, Y_1, Z_1, X_2, Y_2, Z_2) \quad (3)$$

[5] Si aggiunge alla distanza calcolata DI12 l'altezza HP2 e si calcolano le coordinate di P:

$$DI1P = DI12 + HP2 \quad (4)$$

$$XP, YP, ZP = PRT(X_1, Y_1, Z_1, HA12, VA12, DIP) \quad (5)$$

[6] Le battute di P dalla stazione sono:

$$(HAP, VAP, DIP) = AZD3D(XS, YS, ZS, XP, YP, ZP) \quad (6)$$

[7] Nelle note di rilievo le misure di questo tipo possono essere inserite come mostrato nella figura seguente dove:

- P1 e P2 sono i punti battuti, superiore ed inferiore
- Hp1 é l'altezza del prisma superiore
- D12 é la distanza tra i due prismi



## 8 Uso nel rilievo di precisione

[1] Con il tempo mi sono reso conto che queste aste si possono utilizzare anche in altri casi.

[2] Alcune delle loro caratteristiche possono permettono di utilizzarle con buoni risultati quando si deve aumentare la precisione dei punti battuti.

[3] La caratteristica principale di queste aste è quella di poter essere utilizzate inclinate.

Questo ci permette di utilizzarle ad esempio su punti visibili dalla stazione, al posto di un'asta tradizionale, senza preoccuparci della rettifica della livella.

Infatti un errore nella messa a piombo si traduce in una inclinazione dell'asta, inclinazione che viene gestita senza problemi utilizzando questa metodologia di rilievo.

[4] Prendiamo ad esempio il lancio di una stazione.

Se usiamo un'asta normale abbiamo due grosse fonti di errore:

- la verticalità dell'asta
- la misura dell'altezza prisma.

[5] Se utilizziamo un'asta doppio prisma eliminiamo direttamente il primo errore in quanto non occorre metterla verticale.

Di solito quando utilizzo le aste doppio prisma per il collegamento delle stazioni le metto ugualmente in bolla con un bipede.

Poi faccio le battute su entrambi i prismi.

Se l'asta è verticale avrò nel mio libretto due battute che variano solo per l'altezza prisma.

In caso contrario posso determinarmi il punto a terra in modo preciso.

[6] Resta di risolvere il problema della misura dell'altezza prisma.

Esistono due tipi di prismi che possono essere utilizzati con queste aste:

- scorrevoli
- a doppia filettatura

I primi possono scorrere sull'asta sull'asta per essere posizionati secondo le necessità.

Con i secondi invece si utilizzano delle astine di lunghezza limitata, 30 o 60 cm, che possono essere avvitate sia sopra che sotto il prisma in modo da poter comporre l'asta come serve.

Con questi ultimi la misura dell'altezza prisma si riduce alla somma delle lunghezze dei segmenti di asta utilizzati con la lunghezza del puntale e con le altezze delle mire su cui sono montati i prismi.

In questo modo l'altezza prisma risulta molto precisa.

[7] Andando maggiormente a fondo con il discorso sulla precisione possiamo fare ancora alcune considerazioni.



Figura 17:

[8] Conoscendo la distanza reale tra i prismi e la corrispondente derivata del rilievo possiamo valutare la precisione della misura e soprattutto della collimazione.

Se il rilievo avviene con collimazione automatica abbiamo un metodo semplice e veloce per verificare che le misure effettuate siano corrette.

Molti software installati sui controller permettono di fissare una tolleranza sulla differenza tra distanza reale e distanza misurata per scartare in tempo reale le misure non corrette.

[9] Infine per aumentare ulteriormente la precisione delle misure sui prismi si possono utilizzare letture coniugate e metodo degli strati.

Occorre però assicurarsi che le aste restino perfettamente immobili per tutto il tempo di misura,



Figura 18:

[10] In fase di elaborazione si devono prima di tutto gestire le coniugate e gli strati. Una volta ottenute le misure corrette sui singoli prismi possiamo calcolare



le coordinate dei punti su cui è posizionate l'asta.

[11] Nel rilievo di dettaglio le aste doppio prisma possono essere gestite molto spesso direttamente dai software a bordo delle stazioni totali o dei controller. Basta solo seguire la procedura corretta per ottenere le coordinate del punto da rilevare.

[12] Se invece dobbiamo utilizzare le aste a doppio prisma nel rilievo di precisione, adottando quanto visto in precedenza, è difficile trovare un software in grado di effettuare l'elaborazione.

[13] Nel 2016, per elaborare i dati di un rilievo importante, ho scritto un piccolo programma per la gestione delle aste doppio prisma nel rilievo di precisione. E' un software abbastanza semplice: si inseriscono le misure in un file ascii e si lancia il programma.

Alla fine dell'elaborazione viene creato un file contenente le coordinate dei punti calcolati ed un report dettagliato sui calcoli.

Report che contiene:

- le battute sui prismi;
- le distanze calcolate tra i prismi delle varie aste;
- le distanze misurate tra i prismi delle varie aste;
- gli scarti tra le distanze misurate e calcolate;
- le coordinate del piede asta a partire dal prisma superiore, dal prisma inferiore e dal punto centrale tra i prismi.



## 9 Utilizzo in XPAD



Figura 19:

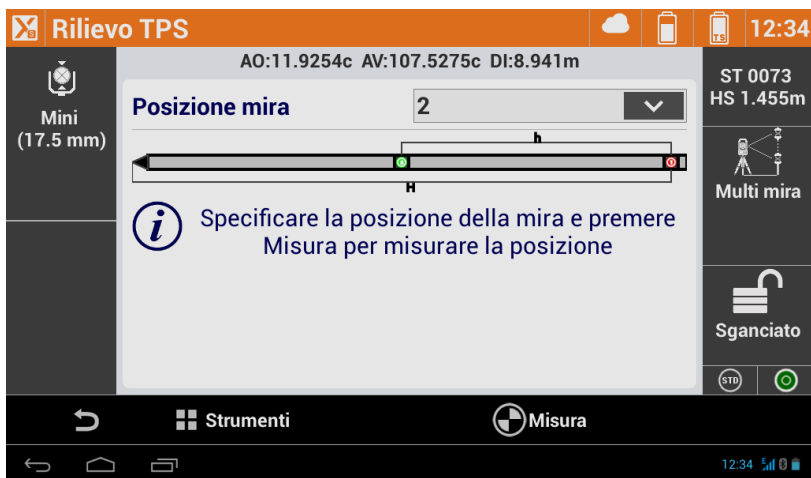


Figura 20:

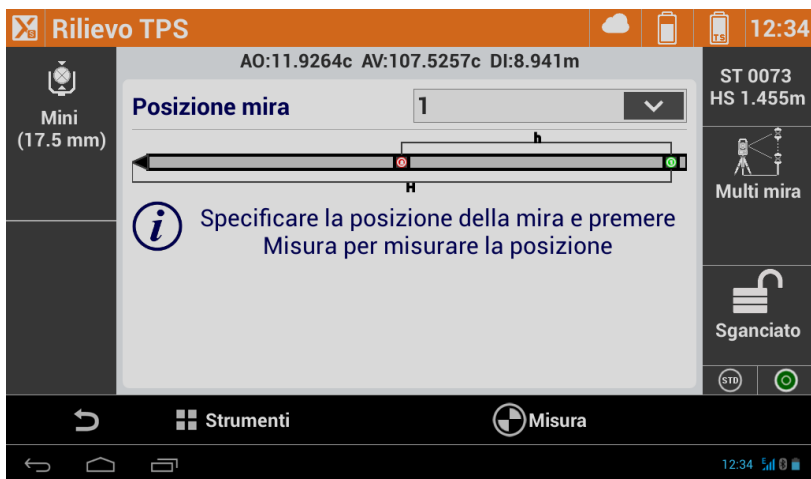


Figura 21:



Figura 22:



Figura 23:



Figura 24:

**Impostazioni asta multi-mira**

**Parametri**

Lunghezza (H)	<input type="text" value="0.800m"/>
Num. mire	<input type="text" value="5"/> ▼
Distanza mire (h)	<input type="text" value="0.400m"/>
Tolleranza calcolo	<input type="text" value="0.005m"/>

The diagram shows a horizontal staff with five red circular sighting points. A bracket above the staff indicates the distance between two points is  $h$ . A larger bracket below the staff indicates the total length is  $H$ .

Navigation icons: back, home, recent apps, and a checkmark. Status bar: 12:33, 5G, signal strength, and battery.

Figura 25:

**Impostazioni asta multi-mira**

**Parametri**

Lunghezza (H)	<input type="text" value="0.800m"/>
Num. mire	<input type="text" value="4"/>
Distanza mire (h)	<input type="text" value="0.400m"/>
Tolleranza calcolo	<input type="text" value="0.005m"/>

The diagram shows a horizontal line representing a staff of length  $H$ . Four red circles are placed along the staff, representing sighting points. The distance between the first and second sighting points is labeled  $h$ . The total length of the staff is labeled  $H$ .

Navigation icons: back, home, recent apps, refresh, checkmark. Status bar: 12:33, signal strength, battery.

Figura 26:

**Impostazioni asta multi-mira**

**Parametri**

Lunghezza (H)	<input type="text" value="0.800m"/>
Num. mire	<input type="text" value="3"/>
Distanza mire (h)	<input type="text" value="0.400m"/>
Tolleranza calcolo	<input type="text" value="0.005m"/>

The diagram shows a horizontal line representing a staff of length  $H$ . Three red circles are placed along the staff, representing sighting points. The distance between the first and second sighting points is labeled  $h$ . The total length of the staff is labeled  $H$ .

Navigation icons: back, home, recent apps, refresh, checkmark. Status bar: 12:33, signal strength, battery.

Figura 27:



**Impostazioni asta multi-mira**

**Parametri**

Lunghezza (H)	<input type="text" value="0.800m"/>
Num. mire	<input type="text" value="2"/> ▼
Distanza mire (h)	<input type="text" value="0.400m"/>
Tolleranza calcolo	<input type="text" value="0.005m"/>

The diagram shows a horizontal line representing a double-prism staff. Two red circles on the line indicate leveling points. The distance between these two points is labeled 'h', and the total length of the staff is labeled 'H'.

Navigation icons: back, home, recent apps, confirm (checkmark), and status bar (12:33, 5G, battery).

Figura 28:



Figura 29:











